

Chapitre 2 : Les BASES de la DEMONSTRATION

I/ Les outils pour démontrer

A retenir :

Une **propriété mathématique** est un énoncé mathématique qui est toujours vraie.

Elle s'énonce souvent sous la forme « Si » « alors »

● Après « si », on écrit les conditions d'utilisation de la propriété (c'est-à-dire, ce qui doit être vérifié pour pouvoir appliquer la propriété) ;

● Après « alors », on écrit ce que la propriété permet de montrer (conclusion de la propriété).

Exemples :

1) Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment ;

2) Si un nombre est divisible par 5 alors il se termine par 5 ou 0 ;

A retenir :

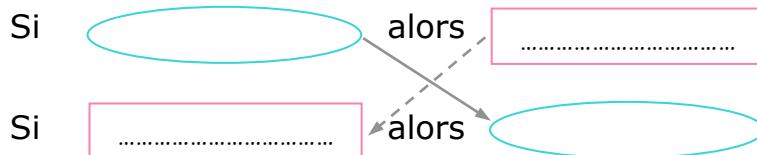
Une **réciproque** est un énoncé qui s'énonce aussi sous la forme

« **Si** »..... « **alors** ».....

et elle se construit à partir d'une propriété (appelée propriété directe) de la façon suivante :

On permute la condition de la propriété directe et la conclusion de la propriété directe, autrement dit, on permute ce qui s'écrit après le « **Si** » et ce qui s'écrit après le « **alors** ».

Propriété directe :



Exemples : Les réciproques des propriétés précédentes sont :

1) Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice d'un segment ;

2) Si un nombre se termine par 5 ou 0 alors il est divisible par 5 ;

Comme ces énoncés sont toujours vrais, on dit que ce sont des propriétés réciproques.

Remarque : Toute propriété n'admet pas toujours une réciproque vraie.

Par exemple : « si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires ».

Par contre, si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires on ne peut pas toujours dire que c'est un losange. Dans ce cas, la réciproque n'est pas vraie. Il faut que les diagonales se coupent aussi en leur milieu pour obtenir une propriété réciproque.

II/ Démonstration à un pas

Structure : Une **démonstration à un pas** se présente sous la forme :

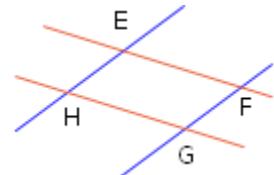


Pour vérifier la cohérence d'une démonstration à un pas, il faut que :

- la condition de la propriété soit en rapport avec les données du problème ;
- la conclusion de la propriété soit en rapport avec la conclusion de la démonstration.

Exemple :

Sachant que les droites (EF) et (HG) sont parallèles et que les droites (EH) et (GF) le sont aussi, trouver la nature du quadrilatère EFGH en le démontrant.



Les données	Une propriété	La conclusion
(EF) // (HG) (EH) // (GF)	Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors ce quadrilatère est un parallélogramme	EFGH est un parallélogramme
Ce que je sais	Ce que j'utilise	Ce que je déduis

Une **démonstration** est une suite de démonstrations à un pas (données, propriété et conclusion). Une rédaction **correcte** est une suite de phrases qui s'enchaînent à l'aide de mots de liaison.

Les mots de liaison les plus utilisés sont :

ON SAIT QUE : servent à introduire les données.

OR : sert à citer la propriété utilisée.

DONC **PAR CONSEQUENT** : servent à introduire la conclusion de la démonstration.

Exemple :

Enoncé : Sachant que MNOP est un losange tel que MO = NP, trouver la nature de MNOP en le démontrant.

Solution :

On sait que MNOP est un losange tel que les diagonales [MO] et [NP] sont de même longueur.

Si un losange a ses diagonales de même longueur **alors** c'est un carré.

Donc MNOP est un carré.